

Masa grawitacyjna i masa bezwładna. Pomiary masy

Przypomnij sobie zanim zaczniesz:	Tego się dowiesz:
• II zasadę dynamiki Newtona oraz wzór na siłę grawitacji; • czym jest bezwładność i kiedy możemy ją zaobserwować; • jak policzyć siłę odśrodkową.	• co to jest masa grawitacyjna oraz masa bezwładna; • jak eksperymentalnie zweryfikować zasadę równoważności mas; • jakie problemy napotykamy, gdy chcemy wykonać precyzyjne pomiary masy.

Wydawać by się mogło, że pojęcia masy nie trzeba nikomu tłumaczyć. Mamy z nią do czynienia na co dzień, od najmłodszych lat. Na pierwszych lekcjach fizyki dowiadujemy się, czym różni się masa od ciężaru i wydaje się, że to rozróżnienie wyczerpuje temat. Okazuje się jednak, że sprawa nie jest taka prosta, a historia nauki pokazała, że kwestionować można nawet rzeczy na pozór oczywiste.

Masa grawitacyjna i masa bezwładna

Rozróżnienie pomiędzy masą i ciężarem obrazuje się najczęściej przez prosty eksperyment. Zazwyczaj spotykamy się z tym na lekcjach lub czytając podręcznik – eksperymentator waży przedmiot na wadze lub siłomierzu. W przypadku wagi wystarczy odczytać wartość wskazywaną przez przyrząd, aby dowiedzieć się, jaka jest masa ciała. W przypadku siłomierza - odczytaną siłę (Q) należy podzielić przez przyspieszenie ziemskie g zgodnie ze wzorem:

$$Q = mg \quad (1)$$

Tak naprawdę oba przyrządy działają identycznie, z tym że w przypadku wagi zamiast ciężaru na masę wykonał za nas producent zamieszczając odpowiednią podziałkę. Czego można się tutaj „przyczepić”?

Mierzony **ciężar to wynik działania siły grawitacji** - siły przyciągania pomiędzy mierzonym ciałem a naszą planetą. Wzór 1 jest więc szczególnym przypadkiem bardziej ogólnego wzoru:

$$F = \frac{GMm}{r^2} \quad (2)$$

gdzie na powierzchni Ziemi wartość $\frac{GM}{r^2}$ wynosi właśnie g , czyli ok $9,81 \frac{m}{s^2}$. Można więc powiedzieć, że **masa (nazwiemy ją „masą grawitacyjną”) jest własnością ciał fizycznych, która determinuje siłę grawitacji oddziałującą na inne ciała**. Oznacza to też, że obiekty nie posiadające masy (np. fotony) nie oddziałują siłą grawitacji w ogóle. Podobnie jest z resztą w przypadku siły elektrycznej – ciała posiadają ładunek elektryczny, który determinuje wielkość siły elektrycznej, z kolei ciała bez ładunku nie oddziałują w ogóle.

Zwróćmy jednak uwagę, że masa występuje również w II prawie dynamiki Newtona:

$$F = ma \quad (3)$$

Wzór ten jednak odnosi się nie tylko do świata sił grawitacji. Mówi nam, że ciało porusza się z przyspieszeniem a zależnym od masy m (nazywamy ją „**masą bezwładną**”) pod wpływem jakiegokolwiek siły, a więc też np. siły elektrostatycznej, magnetycznej, czy siły bezwładności. Siła grawitacji jest zawsze przyciągająca, natomiast siły opisywane przez prawa dynamiki mogą być też odpychające (np. dwa ładunki elektryczne jednoimienne) lub działać w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny pola (np. siły magnetyczne Lorentza). **Czy na pewno**

więc możemy „w ślepo” przyjmować, że masa wskazywana na wadze wpływa na przyspieszenie nadawane ciału również przez siłę elektryczną czy magnetyczną? Być może każdemu ciału powinniśmy przypisywać zarówno masę grawitacyjną jak i masę bezwładną, tak jak przypisujemy ładunek elektryczny czy namagnesowanie?

Równoważność masy grawitacyjnej i bezwładnej – pierwsze eksperymenty



Rysunek 1: Eksperyment - równość masy grawitacyjnej i bezwładnej[1]. Czy ciała o różnej masie spadną w tym samym czasie?

$$a_2 = \frac{GM}{R^2} \frac{m_{g2}}{m_{b2}}$$

Zauważmy, że jeśli dla obu ciał masa grawitacyjna jest równa masie bezwładnej*, to ciała poruszają się z takim samym przyspieszeniem, a co za tym idzie ciężarki zderzą się z Ziemią w tym samym czasie. Jeżeli więc zmierzmy ich czas lotu i będzie on różny, to udowodnimy, że masy grawitacyjna i bezwładna również się różnią!

Niestety ten eksperyment jest prosty jedynie w teorii. W praktyce musimy uwzględnić opór powietrza – ten z kolei zależy przede wszystkim od wielkości i kształtu ciała. Niemniej da się to zrobić, jeśli pogodzimy się z niewielką dokładnością naszego doświadczenia.

**Właściwie nie tyle masa grawitacyjna i bezwładna muszą być równe, co musi zostać zachowany pomiędzy nimi stały stosunek. Dla fizyki nie ma jednak znaczenia, czy jest to 1:1, czy 1:5 – stosunek zostałby „zjedzony” przez odpowiednio dobraną stałą grawitacji G .*

Przeprowadzenie eksperymentu na weryfikację tezy o równoważności masy grawitacyjnej i bezwładnej nie wydaje się zbyt trudne. Na dobry początek rozważmy **spadek swobodny ciała** – rysunek 1.

Wyobraźmy sobie, że zainspirowani doświadczeniem Galileusza, wchodzimy na Krzywą Wieżę w Pizie i zrzucamy z jej szczytu dwa różniące się od siebie ciężarki. Na odważniki działają różne siły grawitacji, zależne od mas grawitacyjnych ciał (wzór 2):

$$F_1 = \frac{GMm_{g1}}{R^2}$$

$$F_2 = \frac{GMm_{g2}}{R^2}$$

Ciężarki poruszając się ruchem jednostajnie przyspieszonym. Zgodnie ze wzorem 3, ich przyspieszenia wynoszą:

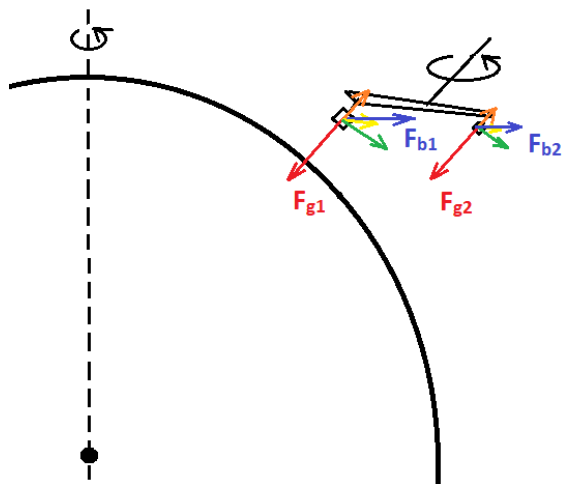
$$a_1 = \frac{F_1}{m_{b1}}$$

$$a_2 = \frac{F_2}{m_{b2}}$$

podstawiamy F_1 i F_2 :

$$a_1 = \frac{GM}{R^2} \frac{m_{g1}}{m_{b1}}$$

Równoważność masy w eksperymencie Eötvösa



Rysunek 2: Schemat obrazujący eksperyment przeprowadzony przez Loránda Eötvösa. Jeżeli waga skręceń wykona obrót, będzie to dowód na istniejącą różnicę pomiędzy masą grawitacyjną i bezwładną.

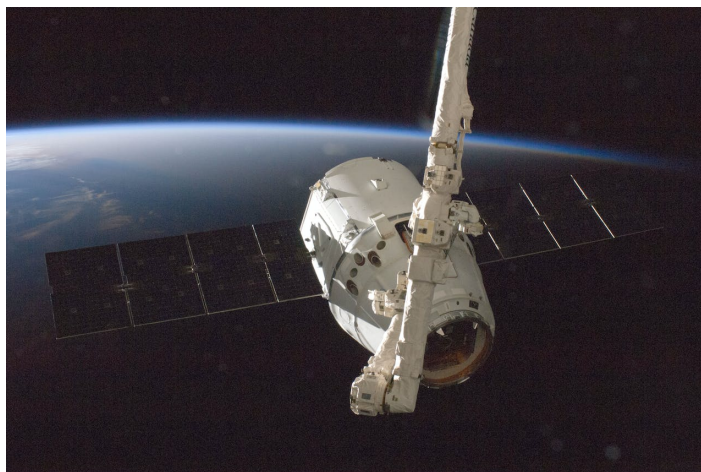
Siły grawitacji są zwrócone w kierunku środka Ziemi, natomiast siły odśrodkowe w kierunku prostopadłym do osi obrotu Ziemi – rysunek 2.

Siłę odśrodkową możemy wygodnie rozłożyć na składowe w trzech kierunkach - zgodną z kierunkiem siły grawitacji oraz równoległą i prostopadłą do poprzeczki na której zawieszono są ciężarki. W przypadku, gdy masy bezwładne obu ciał są takie same, również siły odśrodkowe i ich składowe są identyczne. Gdyby okazało się jednak, że masy się różnią, różnić się będą również siły. Przede wszystkim **warto zwrócić uwagę na siłę prostopadłą do poprzeczki i siły grawitacji – niezerowy moment siły spowoduje obrócenie, skręcenie wagi.** Eötvös przeprowadził serię tego typu doświadczeń stosując różne materiały. **Eksperyment nie wykazał żadnych różnic pomiędzy masami.**

Zasada równoważności masy w misji kosmicznej MICROSCOPE

Najnowszy eksperyment dotyczący zasady równoważności masy grawitacyjnej i bezwładnej został przeprowadzony podczas misji kosmicznej MICROSCOPE[2]. Odbывał się w latach 2016 – 2018, i podobnie jak w eksperymencie Galileusza z przełomu XVI i XVII wieku, polegał na spadku swobodnym. Tym razem jednak, ze względu na dużą dokładność pomiaru jaką zamierzano uzyskać, doświadczenie nie mogło zostać przeprowadzone na powierzchni Ziemi.

Eksperyment przeprowadzono w satelicie krążącym wokół naszej planety. „Rzucono” dwa ciężarki – jeden wykonany ze stopu platyny,



Rysunek 3: Dwa ciężarki upuszczone wewnątrz satelity będą bez końca spadać na Ziemię. Będą znajdować się w stanie nieważkości[1].

a drugi z tytanu, po czym badano przyspieszenie, z jakim oba ciała się poruszają. Ten niekończący się spadek ciał (krążenie Księżyca wokół Ziemi, czy Ziemi wokół Słońca to również nieustający spadek) obserwowano niebywale długo – **ciężarki wykonały aż 1642 okrążenia wokół Ziemi**, pokonując w locie odległość równą połowie odległości od błękitnej planety do Słońca! Ostatecznie **naukowcy nie stwierdzili różnic w przyspieszeniu tych dwóch mas, a dokładność, z jaką potwierdzono zasadę równoważności to aż 10^{-15}** .

Dodatek 1: O problemie pomiaru masy na wadze



Rysunek 4: Pomiar masy na wadze. Oprócz siły ciężkości występuje też znacznie mniejsza od niej siła odśrodkowa (odpowiednio żółta i pomarańczowa strzałka).

Na koniec zwróćmy uwagę na jeszcze jeden istotny, choć poboczny do głównego tematu problem związany z pomiarami masy na wadze. Zastanówmy się – **co my tak naprawdę mierzymy?**

Wyobraźmy sobie, że pewne ciało, np. worek z piaskiem, kładziemy na wagę i odczytujemy wynik z podziałki. Co w ten sposób dowiedzieliśmy się o obiekcie? Czy możemy powiedzieć, że poznaliśmy jego masę? Czy przyrząd pokaże ten sam wynik niezależnie od tego, w jakim punkcie kuli ziemskiej wykonamy pomiar?

Ilustrację eksperymentu przedstawiono na rysunku 4. Zauważmy, że Ziemia nieustannie obraca się wokół własnej osi, a wraz z nią każde ciało na niej położone. Oznacza to, że na nasz worek piasku działa przyciągająca siła grawitacji F_g oraz siła odśrodkowa F_{od} .

W wyniku tego worek **wywiera na wagę**

nieco mniejszy nacisk, niż wynikałoby to z samej grawitacji. Ciężar, a więc wielkość mierzona przez wagę, jest różnicą siły grawitacji i (znacznie mniejszej) siły odśrodkowej (we wzorze zapiszmy od razu jej składową "pionową"):

$$Q = F_g - F_{od} \cos(\alpha)$$

Siła odśrodkowa zależy od odległości r od osi obrotu Ziemi (Uwaga! To nie to samo co promień R we wzorze na siłę grawitacji. Wiesz dlaczego?):

$$F_{od} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

Zmierzony ciężar wynosi więc:

$$Q = \frac{GMm}{R^2} - m\omega^2 r \cos(\alpha)$$

Producent wagi z kolei umieścił na urządzeniu podziałkę w kilogramach. Podziałka zamienia więc mierzony ciężar na masę, poprzez przyjęcie pewnej wartości stałej g . Zależność masy wskazanej od rzeczywistej masy ciała jest więc następująca:

$$m_W = m \frac{\frac{GM}{R^2} - \omega^2 r \cos(\alpha)}{g}$$

Co z tego wynika? Otóż wskazana na wadze masa jest jedynie lepszym lub gorszym przybliżeniem rzeczywistej masy ciała. Znaczenie ma tutaj siła odśrodkowa, która zależy od odległości od osi obrotu Ziemi – czynnik ten będzie więc największy na Równiku, z kolei na biegunie będzie wynosił 0.

Ponadto z geografii wiemy, że Ziemia nie jest jednorodną kulą. Przede wszystkim jest elipsoidą obrotową, czyli kulą spłaszczoną na biegunach (co de facto wynika również z działającą siłą odśrodkową). Zaglądając w głąb Ziemi widzimy z kolei niejednorodność jej budowy, występowania pierwiastków chemicznych, gęstości, stanu skupienia. . . Co więcej, stojąc na Mont Everest jesteśmy dalej odsunięci od środka Ziemi niż stojąc nad brzegiem morza. Te wszystkie czynniki sprawiają, że **siła grawitacji również nie jest identyczna w każdym punkcie na powierzchni błękitnej planety.**

Jakie więc z tego wnioski? Mierzac masę na wadze wykonujemy pomiar z pewnym, niewielkim błędem wynikającym z obecności siły odśrodkowej i niejednorodności siły grawitacji. Błąd ten powinien zostać uwzględniony w przyjętej stałej g – przyspieszeniu ziemskim. Średnie przyspieszenie ziemskie to $9,81 \frac{m}{s^2}$, najmniejsze występuje na górze Nevado Huascarán w Peru i wynosi $9,7639 \frac{m}{s^2}$, a największe - na powierzchni oceanu Arktycznego i wynosi $9,8337 \frac{m}{s^2}$ [3].

Dodatek 2: Zadanie z pomiarem masy na wadze

Marynarze na statku na oceanie Arktycznym zważyli worek wypełniony piaskiem. Waga wskazała $m_A = 5,25 kg$. Jaką wartość wskaże ta waga na górze Nevado Huascarán? Jaka jest rzeczywista masa worka, jeśli producent przyjął za stałą g średnie przyspieszenie ziemskie $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$?

W tym zadaniu należy skorzystać ze wzoru 1. Rzeczywisty zmierzony ciężar na oceanie wynosi:

$$Q_A = m_A \cdot g = 5,25 \cdot 9,81 = 51,5025 N$$

Gdyby w urządzeniu zastosowano stałą g odpowiednią dla oceanu Arktycznego, to otrzymaliby rzeczywistą masę worka:

$$m = \frac{Q_A}{g_A} = \frac{51,5025}{9,8337} = 5,24 kg$$

Na górze w Peru worek ten będzie miał mniejszy ciężar. Będzie on wynosił:

$$Q_P = m \cdot g_P = 5,24 \cdot 9,7639 = 51,1369 N$$

Co przełoży się na wskazanie na wadze:

$$m_P = \frac{Q_P}{g} = \frac{51,1369}{9,81} = 5,21 kg$$

Twoja kolej

Zastanów się, jak w praktyce przeprowadzić eksperyment weryfikujący tezę o równoważności masy grawitacyjnej i bezwładnej ze spadkiem swobodnym (wieża w Pizie). Jak uniezależnić się od zakłócającego pomiar oporu powietrza? Jakie ciężarki dobrać? Która faza tego eksperymentu jest źródłem największych niepewności i co zrobić, żeby poprawić dokładność?

Literatura

- [1] Wykorzystano grafiki z serwisu Pexels, <https://www.pexels.com>, dostęp: 11.01.2024
- [2] Final results of MICROSCOPE mission achieve record levels of precision, <https://presse.cnes.fr/en/final-results-microscope-mission-achieve-record-levels-precision>, dostęp: 12.01.2024
- [3] Gravity map reveals Earth's extremes, <https://www.newscientist.com/article/dn24068-gravity-map-reveals-earths-extremes/?ignored=irrelevant>, dostęp: 12.01.2024